

محاضرات الدفتر

القسم : رياضيات / صر السنة : الرابعة المادة : نثر جبرية 4 المحاضرة : الب دراسة

تعريف :
تكون A مجموعة فرعية من $F(A)$ نحت نمره التحويلات المتعة للمجموعة A ، أثبت أن الشرط اللزيم واللازم ليكون $\varphi \in F(A)$ نحت هو $\varphi \in F(A)$ هو أن $\varphi(A) \subseteq A$ حيث $\varphi(A) \subseteq A$

الكل :

لنظروا أن φ نحت $\varphi \in F(A)$ \Rightarrow يوجد عنصر $g \in F(A)$ حيث يكون $\varphi = \varphi \circ g$ وبالتالي $\varphi(A) = (\varphi \circ g)(A) \subseteq \varphi(A)$

$$\begin{array}{l} f: X \rightarrow Y \quad f(x) = y \\ g: A \rightarrow A \quad g(a) = a \end{array} \Rightarrow \varphi(g(A)) \subseteq \varphi(A)$$

المسألة
لنظروا أن $\varphi(A) \subseteq \varphi(A)$ $\Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow \varphi(x) \in \varphi(A)$ $\Leftrightarrow \varphi(x) = \varphi(u)$ $u \in A$ حيث يكون $\varphi(x) = \varphi(u)$

لنرى التحويل $h: A \rightarrow A$ حيث يكون $h(x) = u$ $\forall x \in A$ يكون عنده $\varphi \circ h(x) = \varphi(u) = \varphi(x) \Rightarrow \varphi \circ h = \varphi$ أي أن φ نحت $\varphi \in F(A)$

تعريف :

إذا كانت $(S, *)$ و (T, \cdot) نحتين مرتين بأبواب التحويلات $S \times T = \{ (s, t) \mid s \in S, t \in T \}$

مع قانون التحويل الداخلي

$$(s, t) \cdot (s', t') = (s * s', t \cdot t')$$

يكون نحت زمره نحتا مباشرا لنحتين التحويلات T, S

تعريف :

تكون A, B مجموعتين فرعيتين ، لكن $S = A \times B$ ولنكون S عملية النحت التالية $(a, b) \cdot (a', b') = (a, b')$ $\forall a, a' \in A \quad \forall b, b' \in B$ كندي نحت S نحتا مباشرا

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

تمرين :

أثبت أن دالة زيفت الزمرة تكون إيزومورفية مع مجموعة مستطيلة \mathbb{Z} إذا ومتى إذا كانت إيزومورفية مع \mathbb{Z} أو \mathbb{Z}_2 لعل زمرة هغرية بسيطة ولفف زمرة هغرية عينية

الحل :

نظرن أن \mathbb{Z} إيزومورفية مع الدائر المبكر لعل زمرة هغرية بسيطة ولفف زمرة هغرية عينية \mathbb{Z} أي أن \mathbb{Z} إيزومورفية مع $A \times B$ أي $S \cong A \times B$ حيث

$$\forall a, a' \in A, \forall b, b' \in B; (a, b)(a', b') = (aa', bb') \\ \text{حيث } (a, b) \text{ و } (a', b') \text{ هي عناصر في } A \times B$$

مما يعطي $A \times B - C$ مجموعة مستطيلة أي أن \mathbb{Z} إيزومورفية مع مجموعة مستطيلة

الكن :

نظرن أن \mathbb{Z} إيزومورفية مع مجموعة مستطيلة \mathbb{Z} نظرن أن \mathbb{Z} إيزومورفية مع الدائر المبكر لعل زمرة هغرية بسيطة ولفف زمرة هغرية عينية

لكن $A \times B = \mathbb{Z}$ غير فائس عنه

$$\forall a, a' \in A, \forall b, b' \in B; (a, b)(a', b') = (a, b)$$

لنفرض A العملية التالية $a a' = a$ $\forall a, a' \in A$

لنفرض B العملية التالية $b b' = b$ $\forall b, b' \in B$

ثم نرى التكيف

$$\phi: A \times B \rightarrow A \times B$$

الذي من أجله المجموعة المستطيلة $E = A \times B$ مستمرة الدائر المبكر لعل زمرة هغرية بسيطة ولفف زمرة هغرية عينية \mathbb{Z} أي أن \mathbb{Z} إيزومورفية مع $A \times B$ أي $S \cong A \times B$ حيث

$$\phi((a, b)(a', b')) = \phi(a, b) = (a, b) = \phi(a, b)\phi(a', b')$$

$$\phi(a, b)\phi(a', b') = (a, b)(a', b') = (aa', bb') = (a, b)$$

$$\Rightarrow \phi((a, b)(a', b')) = \phi(a, b)\phi(a', b')$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

والمالي ايمان كما هو في قوله وما انه رخصه رخصه تقابل فيه انه بالبر وجهه
منه فتع ان في البر وجهه مع الابد المباح لنعف زركية مع رخص
زركية لغيره

عن الزنبرك المبردة

تعريف: لنأخذ A مجموعة جزئية غير خالية من نصف الكرة D . إن الحدود B المتولدة من كلا الناهرين $a \in A$ التي يحدها التعبير $\frac{1}{z-a}$ هي ∂A (إضافة إلى عناصر A) فهي نصف الكرة D مع A ونقول ∂A إننا نغلق D حول A ونكتب

$$\beta = \angle A7$$

مثلاً: إذا كانت A مجموعة جزئية من \mathbb{R} أي $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ عندئذ يكتب

بـ $B = \langle a_1, a_2, \dots, a_m \rangle$ \mathbb{R}^n $B = \langle A \rangle$

B انتی جی دی عدول اتی A اسی

$$\beta = \langle A \rangle = \Delta \cup \Delta \cup \Delta \cup \Delta \cup \Delta$$

نتائج

$$\llcorner \llcorner A \rrcorner \rrcorner = \llcorner A \rrcorner \quad (1)$$

$\{A_1\} \subseteq \{A_2\} \subseteq \dots \subseteq A_n \subseteq \dots \subseteq \mathbb{R}^n$ (3)

حکایت

من المعروف انه إذا كانت γ نصف زمري وكانت $(\alpha \in A)$, $k \in K$ مجموعة اعداد زمرية
جبرية عن K بـ $N_K(\alpha) = \{ \beta \mid \beta \gamma \beta^{-1} = \alpha \}$ او نصف زمري جبرية عن K

إذا كانت A مجموعة جزئية غير خالية من رتبة زمرية S وكانت B مجموعة تتألف
من ارجاعات الزمر الجزئية من S الحادية مع A (أي S تتكون من A و B)
فإن رتبة زمرية جزئية من S تتكون من A و B .

$A \subseteq B \quad \omega$

(2) إذا كانت K نصف زمرة جزئية من S قروب A عناصر BCA وبالحاصليات B A BCA A

محاضرات الدفتر

القسم :

السنة :

المادة :

المحاضرة :

تعريف :

تكون S تحت زمرة A مجموعة جزئية غير طالية من S اصبحت $A = \langle A \rangle$ اذا وفتظاذا كانت B هي تقاطع جميع انخفاف الزمر الجزئية المادية في A .

الكل :

لنكون أمثلة ان B هي مجموعة من تقاطع جميع انخفاف الزمر الجزئية من S المادية في A .
ان $A \subseteq B$ و B هي تحت زمرة جزئية من S بيان B قوي لجميع المبادات الممكنة لـ A وبالتالي فإن $A \subseteq B$.

من ناحية أخرى لدينا دمجاً $A \subseteq \langle A \rangle$ وبما ان B هي انخفاف تحت زمرة جزئية قوي A يتبع $B \subseteq \langle A \rangle$.

المسألة : لنفرض ان $B = \langle A \rangle$ بيان ان تحت زمرة جزئية من S قوي A تكون صادية تحت الزمرة $\langle A \rangle$ وبالتالي قوي B ومنه يتبع ان B هي انخفاف تحت زمرة جزئية قوي A ان B هي مجموعة من تقاطع جميع انخفاف الزمر الجزئية من S المادية في A .

تعريف :

إذا كانت S تحت زمرة وكانت A مجموعة جزئية غير طالية من S اصبحت $A = \langle A \rangle$ اذا كانت $S = \langle A \rangle$ فإن A هي مجموعة مولدات S .

مثال :

ان S هي تحت زمرة على مجموعة مولدات واحدة a على الشكل $S = \langle a \rangle$ يتبع هي مجموعة مولدات S لانه a يولد S فيكون S مولدات تحت زمرة S ومنه اصبحت $S = \langle a \rangle$ اذا كانت $A \subseteq S$ مجموعة مولدات S اذاً A هي مجموعة جزئية من S قوي A هي مجموعة مولدات S .

تعريف :

إذا كانت S مجموعة من تحت زمرة S فإن

$$\langle A \rangle = \langle a^3, a^2, a \rangle$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

نقطة مركزية S بين S ونقطة مركزية S دائرة S من S مولدها a وإذا
كانت $S = 2a$ فإننا نتول S ونقطة مركزية S دائرة S مولدها a
أي مرتبة a عن S $a \in S$ هو بالتعريف مرتبة S نقطة المركز a